

Concursul de Matematică „UNIREA”, Ediția a IX-a

Focșani, 30 ianuarie 2009

Clasa a IX-a

Subiectul 1. Rezolvați ecuația

$$\left[\frac{x}{2}\right] + \{4x\} = 4\sqrt{5} - 7.$$

Subiectul 2. Se consideră patrulaterul $ABCD$, fără unghiuri opuse congruente și punctul $E = [AC] \cap [BD]$. Arătați că patrulaterul este inscriptibil dacă și numai dacă $BC \cdot CD \cdot AE = AB \cdot AD \cdot EC$.

Subiectul 3. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$, $(b_n)_{n \geq 1}$ două progresii aritmetice. Arătați că șirul $(u_n)_{n \geq 1}$, dat de

$$u_n = a_{n+2}b_{n+2} - 2a_{n+1}b_{n+1} + a_nb_n, \forall n \geq 1$$

este constant.

Subiectul 4. Fie I centrul cercului înscris în triunghiul isoscel ABC ($AB = AC$) și $IL \parallel AB, L \in (AC)$. Demonstrați că $LO \perp CI$, unde O este centrul cercului circumscris triunghiului.

Timp de lucru: 3 ore